

PEMECAHAN MASALAH PROGRAM LINIER BERKOEFISIEN *INPUT* PARAMETRIK MENGGUNAKAN *PARAMETRIC LINEAR PROGRAMMING*

(Solving The Linier Program with Parametric Input Coefficient Using Parametric Linear Programming)

Budi Marpaung

Fakultas Teknik dan Ilmu Komputer Jurusan Teknik Industri
Universitas Kristen Krida Wacana – Jakarta
budi.marpaung@ukrida.ac.id

Abstrak

Pemrograman Linier Parametrik merupakan model pengembangan analisis sensitivitas dimana koefisien *input* berubah secara simultan. Model ini mengembangkan pemecahan masalah dimana nilai koefisien *input* tidak diketahui dengan pasti, namun dapat dilakukan estimasi dalam interval tertentu sesuai dengan tingkat kepercayaan yang diharapkan. Dalam tulisan ini diuraikan manfaat Pemrograman Linier Parametrik untuk menganalisis dampak fluktuasi koefisien fungsi objektif dan konstanta terhadap solusi optimal. Terbukti bahwa perubahan koefisien *input* dalam interval tertentu tidak mengubah solusi optimal yang telah diperoleh sebelumnya.

Kata Kunci: pemrograman parametrik, tingkat kepercayaan, kendala, vektor variasi, konstanta sisi kanan, optimal, Metode Simplex

Abstract

Parametric Linear Programming is a development model of sensitivity analysis in which the inputs coefficient changes simultaneously. This model develops problem-solving in which the input coefficients are not definitely known, but it can be estimated within a certain interval according to the expected level of confidence. This paper outlines the benefits of Parametric Linear Programming to analyze the fluctuations impact of the objective function coefficients and constants of the optimal solution. It was proven that the input coefficient change at certain intervals did not alter the optimal solution that has been obtained previously.

Keywords: *parametric programming, level of confidence, constraint, resources, perturbation vector, righ-hand-side, optimal, Simplex Method*

1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Pada model program linier, koefisien fungsi objektif, koefisien kendala (*constraint's*) dan konstanta sisi kanan (*right hand side* - R.H.S) merupakan data *input* yang dipandang sebagai parameter model. Solusi optimal yang diperoleh dengan Metode Simplex didasarkan pada berbagai nilai koefisien tersebut. Dalam kenyataannya berbagai nilai koefisien yang dimaksud bukan parameter, karena nilainya tidak dapat ditentukan secara pasti. Misalnya, untuk model maksimisasi, nilai keuntungan untuk setiap produk

yang dihasilkan perusahaan tidak dapat dinyatakan dalam nilai tunggal koefisien fungsi objektif, mengingat harga barang bersifat dinamis, sesuai hukum permintaan dan penawaran. Demikian juga dengan sumber daya (*resources*) yang digunakan dalam kegiatan produksi tidak dapat dipastikan senantiasa tersedia sejumlah nilai tertentu, sebagaimana dinyatakan dengan sebuah nilai konstanta sisi kanan. Hal ini disebabkan karena, dalam kenyataannya, jumlah sumber daya yang tersedia pada suatu periode tidak selalu sama. Konstanta sisi kanan sebagai sumber daya yang tersedia dalam kenyataannya memiliki nilai yang berubah-ubah, dengan berbagai faktor yang mempengaruhinya, seperti kualitas bahan baku, tingkat kehadiran tenaga kerja, kinerja mesin produksi, dan berbagai faktor lainnya.

Metode Simplex mendasarkan perhitungan solusi optimal pada nilai parameter koefisien *input* yang bersifat tetap. Bila nilai koefisien *input* berubah, maka solusi optimal bisa berubah. Dengan demikian Metode Simplex mengalami kesulitan menetapkan solusi optimal bila koefisien *input* tidak pada sebuah nilai tertentu. Untuk mengatasi hal ini, perhitungan solusi optimal dengan berbagai *software* umumnya disertai dengan nilai interval untuk setiap koefisien *input* yang tidak akan mengubah solusi optimal yang sudah diperoleh. Namun dalam kenyataannya, sering terjadi nilai koefisien *input* tersebut berada di luar interval yang ditetapkan. Hal ini tentu akan mengubah solusi optimal yang sudah diperoleh sebelumnya.

Dalam tulisan ini diperkenalkan penggunaan *Parametric Linear Programming* untuk mengatasi masalah program linier yang memiliki nilai koefisien *input* yang tidak pada sebuah nilai tertentu atau bersifat parametrik. Metode ini merupakan pengembangan dari analisis sensitivitas atau *post-optimality analysis*, karena dilakukan dengan memanfaatkan hasil optimal yang sudah diperoleh sebelumnya. Pencarian solusi optimal dan analisis parametrik menggunakan *software* Win QSB+.

1.2 Perumusan Masalah

Pokok permasalahan yang dibahas dalam tulisan ini adalah bagaimana menemukan solusi optimal untuk program linier yang memiliki koefisien *input* yang bersifat parametrik.

1.3 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah menggunakan *Parametric Linear Programming* untuk memecahkan masalah program linier yang memiliki nilai koefisien *input* yang bersifat *parametrik*. Penelitian ini diharapkan dapat menjadi masukan dalam pemodelan masalah program linier yang mendekati kenyataan sekaligus penentuan solusi optimal.

1.4 Pembatasan Masalah

Masalah yang dibahas hanya pada model masalah maksimisasi, untuk tiga jenis produk dengan nilai keuntungan yang bervariasi, tiga jenis *resources*, yaitu tiga mesin yang memiliki kapasitas yang bervariasi, dan waktu proses produksi setiap produk pada ketiga jenis mesin.

2. KONSEP PARAMETRIK

2.1 *Parametric Programming*

Studi *Parametric Linear Programming* atau lebih populer disebut sebagai *Parametric Programming* berawal dari pengembangan Gass, Saaty, dan Millls, pada pertengahan tahun 1950-an. Analisis tentang karakteristik optimalitas yang tergantung pada data yang digunakan menjadi penting, khususnya dalam rangka pengembangan

model untuk memecahkan masalah yang berbeda. Hal ini didasarkan pada kenyataan bahwa pada dasarnya model dibangun dalam kondisi informasi yang tidak sempurna (*imperfect information*). Dengan melakukan analisis sensitivitas dan studi tentang parameter, diharapkan untuk mendapatkan gambaran tentang karakteristik optimalitas yang diperoleh [1].

Analisis sensitivitas merupakan studi yang dilakukan untuk mengetahui dampak variasi koefisien *input* yang berubah pada suatu waktu. Pada analisis sensitivitas dampak perubahan setiap koefisien *input* terhadap solusi optimal dapat dievaluasi sehingga diperoleh interval nilai untuk setiap koefisien *input* dan dampaknya terhadap solusi optimal. *Parametric Programming* merupakan model pengembangan analisis sensitivitas dimana koefisien *input* berubah secara simultan. Perubahan koefisien *input* tersebut dinyatakan sebagai fungsi dari satu parameter. Secara garis besar *Parametric Programming* dibagi dalam dua bagian, yaitu Parametrik Koefisien Fungsi Objektif dan Parametrik Konstanta Sisi Kanan [2].

2.1.1 Parametric Koefisien Fungsi Objektif

Misalkan program linier dinyatakan dalam bentuk [3]:

$$\text{Maksimumkan } Z = (c + \lambda c^*)x \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{dengan kendala : } Ax = b \dots\dots\dots(2)$$

$$x \geq 0 \dots\dots\dots(3)$$

Adapun c menyatakan vektor biaya, c^* menyatakan variasi vektor, dan λ merupakan nilai parameter yang tidak diketahui. Nilai λ bervariasi dari $-\infty$ hingga $+\infty$.

Model masalah berbentuk *parametric* fungsi objektif dapat diselesaikan dengan Metode Simplex dan Analisis Sensitivitas. Pada awalnya, tetapkan nilai $\lambda = 0$ dan memecahkannya dengan beberapa iterasi pada Metode Simplex. Pemeriksaan optimalitas dilakukan dengan menghitung nilai koefisien relatif untung, menggunakan rumus:

$$\bar{c}_j = c_j - c_B \bar{P}_j \dots\dots\dots(4)$$

Nilai c_j menyatakan koefisien fungsi objektif variabel j , \bar{P}_j menyatakan kolom yang berkaitan dengan variabel j pada Tabel Simplex, dan c_B menyatakan vektor biaya untuk basis.

Ketika nilai λ bervariasi dari nilai 0 ke nilai positif atau negatif, maka nilai koefisien relatif untung dapat dihitung menggunakan rumus:

$$\bar{c}_j(\lambda) = (c_j + \lambda c_j^*) - (c_B + \lambda c_B^*) \bar{P}_j \dots\dots\dots(5)$$

$$= \left(c_j - c_B \bar{P}_j \right) + \lambda \left(c_j^* - c_B^* \bar{P}_j \right) \dots\dots\dots(6)$$

$$= \bar{c}_j + \lambda \bar{c}_j^* \dots\dots\dots(7)$$

Adapun vektor c dan c^* diketahui, sedangkan \bar{c}_j dan \bar{c}_j^* dapat dihitung. Solusi optimal diperoleh ketika $\bar{c}_j(\lambda)$ bernilai *non-positif* [3].

2.1.2 Parametric Konstanta Sisi Kanan

Konstanta sisi kanan (*right-hand-side constants*) pada masalah program linier merupakan nilai yang menggambarkan keterbatasan sumber daya (*resources*) yang

tersedia untuk menghasilkan *output*. Pada dasarnya, sebuah jenis sumber daya bebas (*independent*) terhadap jenis sumber daya lainnya. Namun dalam kenyataannya, sering kekurangan (*shortages*) pada satu sumber daya menimbulkan kekurangan pada sumber daya lainnya. Dalam hal ini patut dipertimbangkan terjadinya perubahan konstanta sisi kanan secara simultan. Perubahan tersebut dapat dinyatakan sebagai fungsi dari satu parameter. Perubahan ini tentu dapat mengubah solusi optimal.

Misalkan program linier dinyatakan dalam bentuk:

$$\text{Maksimumkan } Z = cx \dots\dots\dots(8)$$

$$\text{dengan kendala : } Ax = b + \alpha b^* \dots\dots\dots(9)$$

$$x \geq 0 \dots\dots\dots(10)$$

Adapun b menyatakan konstanta sisi kanan yang nilainya sudah diketahui, b^* menyatakan variasi vektor, dan α merupakan nilai parameter yang tidak diketahui, dengan nilai bervariasi dari $-\infty$ hingga $+\infty$.

Tetapkan $\alpha = 0$, dan B menyatakan matriks basis optimal. Dengan demikian, solusi optimal yang diperoleh adalah $x_B = B^{-1}b$, dan $x_N = 0$, dimana x_B dan x_N masing-masing menyatakan variabel basis dan variabel non-basis. Sebagaimana parameter α bervariasi, maka nilai dari variabel basis akan berubah, sehingga nilai solusi baru menjadi:

$$x_B = B^{-1}(b + \alpha b^*) \dots\dots\dots(11)$$

$$= B^{-1}b + \alpha B^{-1}b^* \dots\dots\dots(12)$$

$$= \bar{b} + \alpha \bar{b}^* \dots\dots\dots(13)$$

Perubahan pada konstanta sisi kanan tidak mempengaruhi koefisien relatif untung \bar{c}_j . Dengan perkataan lain nilai \bar{c}_j tetap *nonpositif*. Sepanjang vektor $\bar{b} + \alpha \bar{b}^*$ bernilai *nonnegatif* maka solusi $x_B = B^{-1}b$, dan $x_N = 0$ tetap layak dan optimal.

Basis B tetap optimal sepanjang $\bar{b} + \alpha \bar{b}^* \geq 0$. Dalam hal ini dapat ditentukan nilai parameter α yang membuat basis B tetap optimal [3].

2.2 Estimasi Parameter Statistik

Salah satu tugas statistik *inferensial* adalah menemukan keterangan tentang populasi berdasarkan keterangan yang diperoleh dari sampelnya. Biasanya nilai parameter populasi itu tidak diketahui dan sering tidak dapat dicari. Oleh karena itu, usaha yang dapat dilakukan adalah menghampiri atau mendekati nilai parameter itu. Pendekatan nilai parameter populasi berdasarkan sampel disebut dengan estimasi atau pendugaan [4].

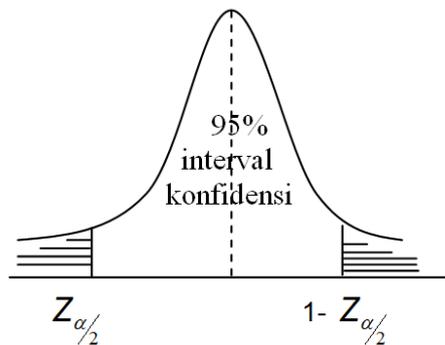
Pengambilan sampel dari populasi dilakukan secara random. Nilai statistik yang diperoleh dari sampel mempunyai distribusi yang mengandung nilai-nilai parameter seperti yang terdapat dalam populasinya. Melalui distribusi statistik tersebut ciri-ciri populasinya dapat dikenali. Terdapat dua model estimasi parameter, yaitu estimasi titik dan estimasi interval. Namun yang paling sering digunakan dan paling luas aplikasinya adalah estimasi interval.

Berbeda dengan estimasi titik, estimasi interval mencoba mendekati suatu nilai parameter dengan menggunakan dua titik atau nilai dengan derajat kepercayaan (*level of confidence*) yang tinggi. Karena menggunakan dua titik atau nilai (bawah dan atas), maka estimasi ini disebut estimasi interval atau estimasi selang. Estimasi interval adalah

estimasi yang memberikan nilai-nilai statistik dalam suatu interval atau selang, bukan nilai tunggal sebagai estimasi parameter. Estimasi ini dapat mengukur derajat kepercayaan terhadap ketelitian estimasi, dengan rumus:

$$s_t - Z_{\alpha/2} \sigma_{s_t} < \text{parameter} < s_t + Z_{\alpha/2} \sigma_{s_t} \dots\dots\dots(14)$$

Nilai s_t menyatakan statistik sampel, σ_{s_t} menyatakan deviasi standar statistik sampel, $Z_{\alpha/2}$ menyatakan koefisien yang sesuai dengan interval konfidensi yang dipergunakan dalam estimasi interval dan nilainya diberikan dalam luas kurva normal standar, dan α menyatakan kesalahan estimasi, dengan nilai yang biasa dipakai sebesar 5%. Estimasi interval dalam bentuk gambar dinyatakan sebagai berikut.



Gambar 1. Estimasi parameter dalam interval

Dalam hal ini s_t dan σ_t merupakan nilai rata-rata dan simpangan baku sampel. Bila distribusi sampel mendekati normal, maka untuk interval konfidensi sebesar 95%, maka nilai parameter rata-rata populasi dapat diitung dengan rumus:

$$s_t - 3\sigma_s < \mu < s_t + 3\sigma_s \dots\dots\dots(15)$$

3. STUDI KASUS OPTIMALISASI PRODUKSI

3.1 Gambaran Umum

Sebuah perusahaan membuat tiga jenis produk, A, B dan C, menggunakan tiga jenis mesin, M₁, M₂, dan M₃. Setiap produk dapat diproses di sebuah mesin dan dapat menggunakan ketiga jenis mesin tersebut. Berdasarkan pengalaman selama ini, waktu proses setiap produk untuk masing-masing mesin tidak selalu sama. Namun dalam penelitian ini digunakan waktu rata-rata, dengan nilai sebagai berikut.

Tabel 1. Waktu proses produk pada mesin (menit)

Mesin	Produk		
	A	B	C
M-1	1	2	1
M-2	1	1	2
M-3	2	1	1

Ketiga mesin bekerja selama 8 jam per hari. Namun dalam kenyataannya mesin ada kalanya mengalami gangguan, seperti terjadi kerusakan (*break-down*) dan pemeriksaan berkala. Namun dengan menggunakan sampel sebanyak 30 hari pengamatan yang diambil secara *random*, maka diperoleh bahwa kapasitas produksi setiap mesin mengikuti distribusi normal dengan rata-rata (\bar{x}) dan simpangan baku sampel (s), sebagai berikut.

Tabel 2. Kapasitas mesin (menit)

Mesin	Nilai Parameter Sampel	
	\bar{x}	s
M-1	400	20
M-2	440	10
M-3	390	25

Harga masing-masing produk juga ternyata bervariasi, sesuai dengan kondisi permintaan dan penawaran di pasar. Hal ini menimbulkan keuntungan per unit untuk masing-masing produk yang bervariasi, dengan uraian sebagai berikut.

Tabel 3. Keuntungan produk (dalam ribuan)

Produk	Nilai Parameter Sampel	
	\bar{x}	s
A	5	1
B	6	1
C	4	1

Perusahaan berhadapan dengan masalah penentuan jumlah produksi untuk masing-masing produk, dengan memperhatikan keterbatasan kapasitas ketiga mesin, agar diperoleh keuntungan maksimum.

3.3 Formulasi

Pada tahap formulasi maka masalah di atas diubah dalam bentuk program linier. Terdapat tiga tahapan dalam formulasi, sebagai berikut:

Langkah I : Identifikasi variabel keputusan. Hal yang akan dilakukan adalah menentukan jumlah unit produksi setiap hari masing-masing produk, sebagai berikut:

x_1 – jumlah unit produksi/hari produk A

x_2 – jumlah unit produksi/hari produk B

x_3 – jumlah unit produksi/hari produk C

Langkah II : Identifikasi semua kendala dalam masalah. Untuk masalah ini, kendala adalah keterbatasan kapasitas masing-masing mesin. Namun waktu proses setiap produk pada setiap mesin memiliki nilai yang bervariasi, namun dinyatakan pada nilai rata-rata, sebagai berikut.

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 400$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq 440 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &\leq 390 \end{aligned}$$

Langkah III : Identifikasi sasaran atau kriteria. Sasaran dalam masalah ini adalah mengusahakan agar keuntungan total menjadi maksimum. Keuntungan total merupakan jumlah keuntungan ketiga jenis produk tersebut bervariasi, namun dinyatakan dalam nilai rata-rata, sebagai berikut.

$$\text{Min } Z = 5x_1 + 6x_2 + 4x_3$$

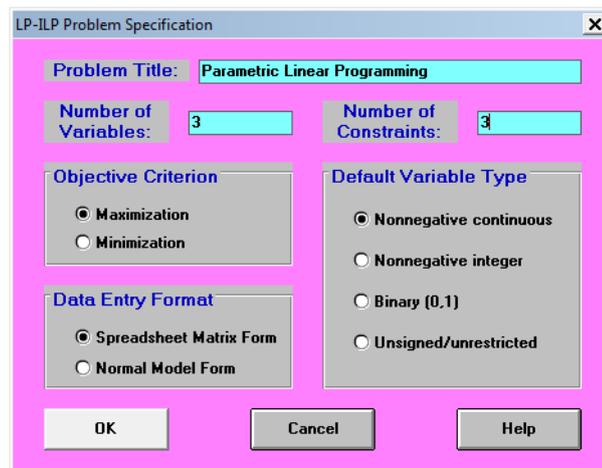
Masalah di atas secara lengkap dituliskan, pada nilai koefisien *input* rata-rata, sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= 5x_1 + 6x_2 + 4x_3 \\ \text{d.k. } x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 400 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq 440 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &\leq 390 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

3.4 Solusi Optimal

Dengan menggunakan *Software* Win QSB maka diperoleh solusi optimal untuk masalah tersebut, dengan uraian sebagai berikut.

- 1) *Input* Nama *Problem*, Jumlah Variabel, Kendala, dan Jenis Masalah



Gambar 2. *Input* nama masalah, jumlah variabel, kendala, dan jenis masalah

- 2) *Input* Data *Problem*

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Maximize	5	6	4		
C1	1	2	1	<=	400
C2	1	1	2	<=	440
C3	2	1	1	<=	390
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

Gambar 3. *Input* data problem

3) Solusi

21:36:30		Saturday	May	26	2012			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	82,5000	5,0000	412,5000	0	basic	3,3333	6,0000
2	X2	92,5000	6,0000	555,0000	0	basic	3,0000	7,0000
3	X3	132,5000	4,0000	530,0000	0	basic	3,6667	9,0000
Objective Function		(Max.) =	1.497,5000					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	400,0000	<=	400,0000	0	2,2500	276,6667	730,0000
2	C2	440,0000	<=	440,0000	0	0,2500	263,3333	770,0000
3	C3	390,0000	<=	390,0000	0	1,2500	280,0000	760,0000

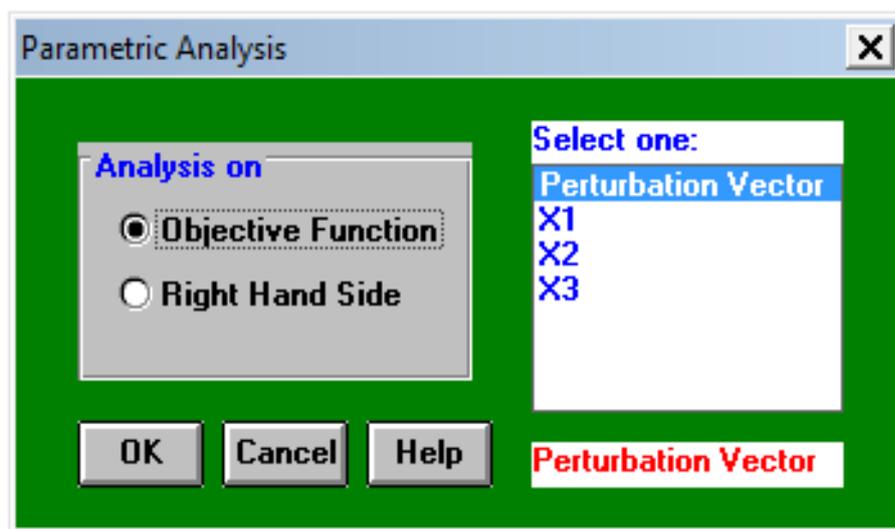
Gambar 4. Solusi optimal

Terlihat bahwa solusi optimal masalah sebesar 1.497.500, dengan jumlah produksi untuk produk A, B dan C masing-masing 82.5 unit, 92.5 unit dan 132.5 unit.

3.4 Analisis Parametrik Koefisien Fungsi Objektif

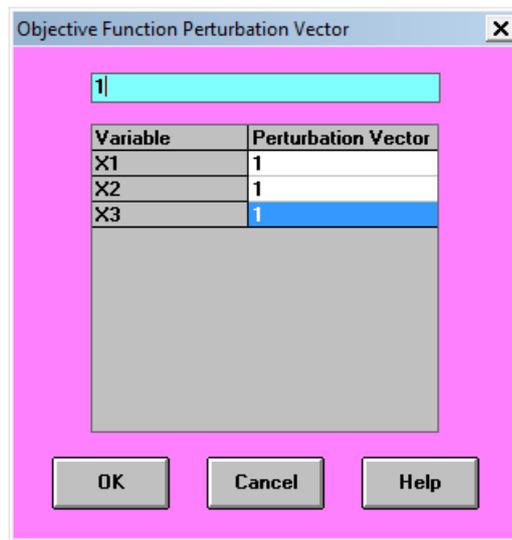
Selanjutnya dilakukan analisis parametrik, untuk memperoleh nilai interval variasi dan dampaknya terhadap solusi optimal. Dengan menggunakan Win QSB+ dilakukan Analisis Parametrik untuk fungsi objektif, sebagai berikut.

1) Pilihan Menu Analisis Parametrik Fungsi Objektif



Gambar 5. Pilihan menu analisis parametrik koefisien fungsi objektif

2) *Input Data Vektor Perturbation*



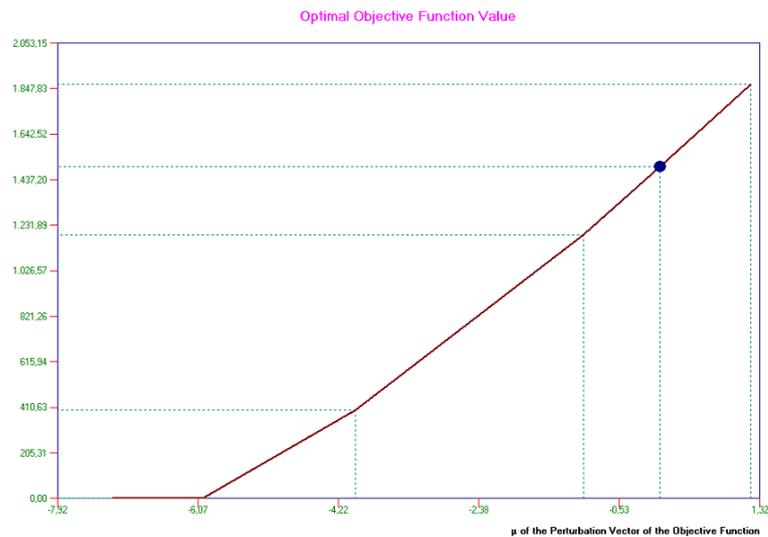
Gambar 6. *Input data vektor perturbation fungsi objektif*

3) *Analisis Parametrik*

Range	From μ (Vector)	To μ (Vector)	From OBJ Value	To OBJ Value	Slope	Leaving Variable	Entering Variable
1	0	M	1.497,5000	M	307,5000		
2	0	-1,0000	1.497,5000	1.190,0000	307,5000	X3	Slack_C2
3	-1,0000	-4,0000	1.190,0000	399,9999	263,3333	X1	Slack_C3
4	-4,0000	-6,0000	399,9999	0	200,0000	X2	Slack_C1
5	-6,0000	-M	0	0	0		

Gambar 7. *Analisis parametrik fungsi objektif*

4) *Analisis Grafikal Parametrik*



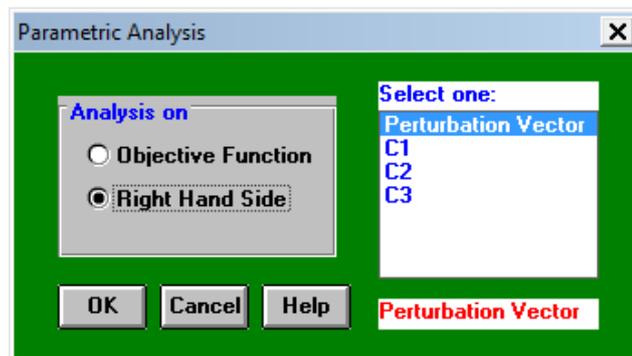
Gambar 8. Analisis grafikal parametrik fungsi objektif

Terlihat pada Gambar 7 dan Gambar 8 bahwa pada interval vektor *perturbation* dari -1 hingga ∞ akan memberikan *slope* keuntungan 307.5. Namun *slope* keuntungan akan menurun menjadi 263.33 pada interval vektor *perturbation* dari -4 hingga -1. Dari persamaan (15) diperoleh interval koefisien fungsi objektif, yaitu $2 \leq c_1 \leq 8$, $3 \leq c_2 \leq 9$, dan $1 \leq c_3 \leq 7$. Dengan hasil ini dapat disimpulkan bahwa *slope* keuntungan yang besar diperoleh perusahaan hanya bila penurunan keuntungan maksimal satu kali simpangan bakunya. Dengan demikian dapat dinyatakan bahwa bila $4 \leq c_1 \leq \infty$, $5 \leq c_2 \leq \infty$, dan $3 \leq c_3 \leq \infty$ maka *slope* keuntungan perusahaan maksimum, sehingga keuntungan total menjadi maksimum. Hasil ini menunjukkan bahwa dalam interval kepercayaan 95 persen perusahaan akan menghadapi fluktuasi keuntungan yang mengakibatkan total keuntungan yang berpotensi menimbulkan penurunan keuntungan total.

3.5 Analisis Parametrik Konstanta Sisi Kanan

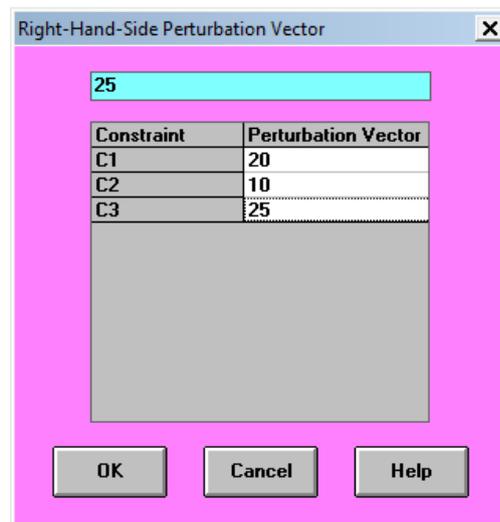
Selanjutnya dilakukan analisis parametrik, untuk memperoleh nilai interval variasi dan dampaknya terhadap solusi optimal. Dengan menggunakan Win QSB+ dilakukan Analisis Parametrik untuk konstanta sisi kanan, sebagai berikut.

- 1) Pilihan Menu Analisis Parametrik Konstanta Sisi Kanan



Gambar 9. Pilihan menu analisis parametrik konstanta sisi kanan

- 2) *Input Data Vektor Perturbation*



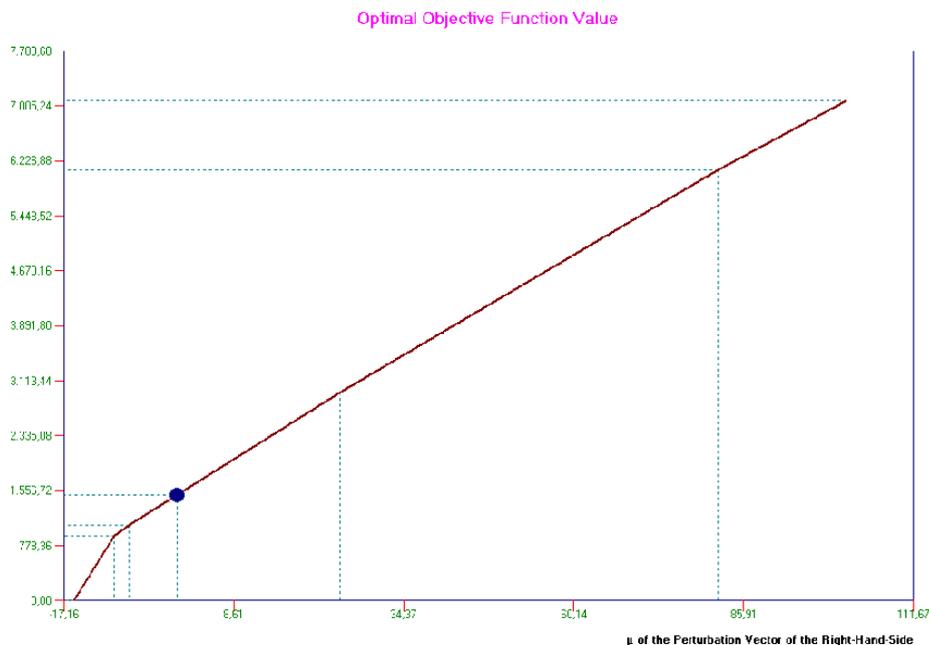
Gambar 10. *Input data vektor perturbation* konstanta sisi kanan

3) Analisis Parametrik

Range	From μ (Vector)	To μ (Vector)	From OBJ Value	To OBJ Value	Slope	Leaving Variable	Entering Variable
1	0	35,3333	1.497,5000	4.280,0000	78,7500	X3	Slack_C3
2	35,3333	M	4.280,0000	M	60,0000		
3	0	-7,3333	1.497,5000	920,0000	78,7500	X1	Slack_C2
4	-7,3333	-12,6667	920,0000	440,0000	90,0000	X3	Slack_C1
5	-12,6667	-15,6000	440,0000	-0,0001	150,0000	X2	
6	-15,6000	-Infinity	Infeasible				

Gambar 11. Analisis parametrik konstanta sisi kanan

4) Analisis Grafikal Parametrik



Gambar 12. Analisis grafikal parametrik konstanta sisi kanan

Terlihat pada Gambar 11 dan Gambar 12 bahwa pada interval vektor *perturbation* dari 0 hingga 35.33 maka perusahaan dapat menaikkan keuntungannya dari Rp. 1.497.500,- hingga Rp. 4.280.000,-, naik hingga 186 persen. Bila interval vektor *perturbation* berada dalam interval -7.33, maka keuntungan perusahaan akan turun dari Rp. 1.497.500,- menjadi Rp. 920.000,-, turun hingga 38.6 persen. Dari persamaan (15) diperoleh interval konstanta sisi kanan, yaitu $340 \leq b_1 \leq 460$, $410 \leq b_2 \leq 470$, dan $315 \leq b_3 \leq 465$. Dengan hasil ini dapat disimpulkan bahwa *slope* keuntungan yang besar diperoleh perusahaan bila kapasitas masing-masing mesin meningkat, dan akan menurun bila kapasitas masing-masing mesin menurun. Hasil ini menunjukkan bahwa dalam interval kepercayaan 95 persen perusahaan akan menghadapi fluktuasi keuntungan bila kapasitas masing-masing mesin berfluktuasi. Namun keuntungan total akan berkurang signifikan bila terjadi penurunan kapasitas mesin hingga sekitar tujuh kali simpangan bakunya.

4. KESIMPULAN

Dari hasil pembahasan di atas diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

- *Parametric Programming* sangat efektif digunakan untuk kondisi nilai koefisien *input* yang bersifat parametrik, yaitu nilainya hanya dapat diestimasi dalam tingkat kepercayaan tertentu.
- Dengan menggunakan *Parametric Programming* dibantu *software* Win QSB+ terlihat bahwa variasi koefisien keuntungan masing-masing produk menimbulkan fluktuasi pada nilai keuntungan maksimum perusahaan. Demikian juga dengan variasi konstanta sisi kanan menimbulkan fluktuasi pada total keuntungan perusahaan. Namun variasi koefisien *input* dalam interval tertentu tidak mengubah solusi optimal.

REFERENSI

- [1]. Williams, "Marginal Values in Linear Programming", Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, 1963.
- [2]. T. Gal and H. J. Greenberg, "Advances in Sensitivity Analysis and Parametric Programming. Kluwer Academic Publishers", Norwell, Massachusetts, 1997.
- [3]. Don T. Philips, et.al., "Operation Research: Principle and Practice", 2nd edition, John Wiley and Sons, 1987.
- [4]. Walpole, Ronald E, and Raymond H. Myers., "Probability and Statistic for Engineers and Scientists", MacMillan Publishing Company, New York, 1972.